

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. TÉTEL

(30 punct)

- 5p** 1. Igazold, hogy $a = 3(3 - 2i) + 2(5 + 3i)$ valós szám!
- 5p** 2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 1$ függvény. Számítsd ki $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ értékét!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_2(2x) = \log_2(1+x)$ egyenletet!
- 5p** 4. 10% -os áremelés után egy termék ára 2200 lej. Számítsd ki a termék eredeti, áremelés előtti árát!
- 5p** 5. Határozd meg azt az a valós számot, amelyre az $\vec{u} = \vec{i} + 4\vec{j}$ és $\vec{v} = 2\vec{i} + (a+1)\vec{j}$ vektorok kollineárisak!
- 5p** 6. Határozd meg $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ azon értékét, amelyre $\frac{3\sin x + \cos x}{\sin x} = 4$.

II. TÉTEL

(30 punct)

1. Adott a $D(a, b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \end{vmatrix}$ determináns, ahol a és b valós számok.
- 5p** a) Igazold, hogy $D(2, 3) = 2$.
- 5p** b) Ellenőrizd, hogy $D(a, b) = (a-1)(b-1)(b-a)$, bármely a és b valós szám esetén!
- 5p** c) Az xOy derékszögű koordináta rendszerben adottak a $P_n(n, n^2)$ pontok, ahol n zérótól különböző természetes szám. Határozd meg azokat az n , $n \geq 3$ természetes számokat, amelyekre a $P_1P_2P_n$ háromszög területe 1.
2. Az $f = X^3 - 4X^2 + 3X - m$ polinom komplex gyökei x_1, x_2, x_3 , m pedig egy valós szám.
- 5p** a) Igazold, hogy $m = 4$ esetén $f(4) = 8$.
- 5p** b) Határozd meg m azon valós értékeit, amelyekre az f polinom gyökei teljesítik az $x_1 + x_2 = x_3$ egyenlőséget!
- 5p** c) Igazold, hogy ha $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 7(x_1 + x_2 + x_3)$, akkor f osztható $X - 3$ -mal!

III. TÉTEL

(30 punct)

1. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x + \frac{x^2}{2}$ függvény.
- 5p** a) Számítsd ki $f'(x)$ -et, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Határozd meg az f függvény grafikus képeének $x_0 = 0$ abszcisszájú pontjában húzott érintőjének egyenletét!
- 5p** c) Igazold, hogy $f(x) \geq 1$, bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén!
2. Minden n zérótól különböző természetes szám esetén tekintsük az $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$ számot.
- 5p** a) Számítsd ki I_1 értékét!
- 5p** b) Igazold, hogy $I_{n+1} + (n+1)I_n = e$, bármely zérótól különböző n természetes szám esetén!
- 5p** c) Igazold, hogy $1 \leq (n+1)I_n \leq e$, bármely zérótól különböző n természetes szám esetén!